Chapitre VII

Dispositif interférentiel par division du front d'onde : exemple des trous d'Young

Sommaire

I Trous d'Young ponctuels en milieu non dispersif - interférences non localisées

I.1 Milieu dispersif ou non ?

Rappelons la définition d'une vibration plane progressive harmonique, et supposons qu'elle se déplace selon l'axe $[Ox)$ en direction des x croissants :

$$\psi(\overrightarrow{r},t) = \psi_0 \cdot \cos(\omega t - \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r}) = \psi_0 \cdot \cos(\omega t - kx) = \psi(x,t) \quad \text{avec } k = nk_0 = n\frac{\omega}{c}$$

Appelons $\phi = \omega t - kx$ la phase globale de cette onde.

Entre t et $t + dt$ le plan d'onde s'est déplacée de x à $x + dx$, ainsi la variation de la phase doit être nulle si l'on veut conserver entre ces deux instants, aux positions correspondantes, la même valeur de l'onde.

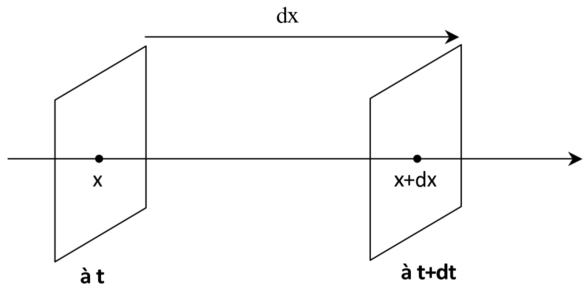


FIGURE VII.1 – Déplacement du plan de phase pendant dt

Formellement, cela s'écrit :

$$\psi(x,t) = \psi(x + dx, t) \;\Rightarrow\; \phi(x,t) = cste$$

soit :

$$d\phi = \omega dt - kdx = 0$$

qui donne :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Cette dernière grandeur est appelée vitesse de déplacement de la phase, ou plus simplement **vitesse de phase**[1] :

$$\boxed{v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{n}\frac{\omega}{k_0} = \frac{c}{n(\lambda)}}$$

Dans la mesure où l'indice de réfraction est une fonction de la longueur d'onde λ de la vibration, la vitesse de phase est, elle aussi lié à λ_0. On appelle ce phénomène **dispersion de la vitesse de phase** ou plus simplement **dispersion**.

1. Ces notions seront développées de manière bien plus approfondies en cours d'électromagnétisme

A RETENIR :

HYPOTHÈSE POUR CE COURS :
nous considèrerons systématiquement que le milieu est non dispersif, c'est à dire d'indice n indépendant de la longueur d'onde de la vibration considérée.

I.2 Trous d'Young éclairés par une source ponctuelle : approche qualitative

a - Montage "type" et champ d'interférences

Une source unique S_0 monochromatique éclaire un écran opaque dans lequel sont disposés 2 trous S_1 et S_2 de très petite taille e par rapport à la longueur d'onde λ . Ces deux trous se comportent alors comme des sources secondaires émettant de la lumière dans toutes les directions du demi-espace aval (par diffraction[2]). On dispose un écran après les trous, dans un premier temps parallèle au plan des sources :

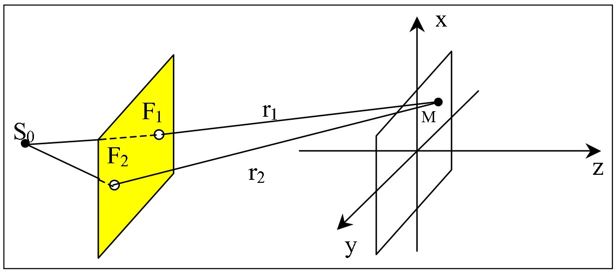


FIGURE VII.2 – Expérience des trous d'Young

Les 2 ondes issues de chaque trous sont cohérentes et vont donc interférer dans l'espace aval.
A RETENIR :

DÉFINITION - (I.2) - 1:

On appelle champ d'interférences la zone d'espace commune aux deux vibrations cohérentes et dans laquelle on s'observent les interférences.

NB : les deux faisceaux sont susceptibles de se croiser dans tout le demi-espace en aval des trous ; le champ d'interférences est donc à priori très étendu :

Les interférences sont qualifiées de non localisées.

Cependant, la nécessité de conserver une différence de marche inférieure à la longueur de cohérence temporelle entre les deux vibrations en interférences limite ce champ d'interférences ; il faut respecter $\delta = S_2M - S_1M < L_c$

2. On a ici $e << \lambda$, on est donc hors cadre de l'optique géométrique

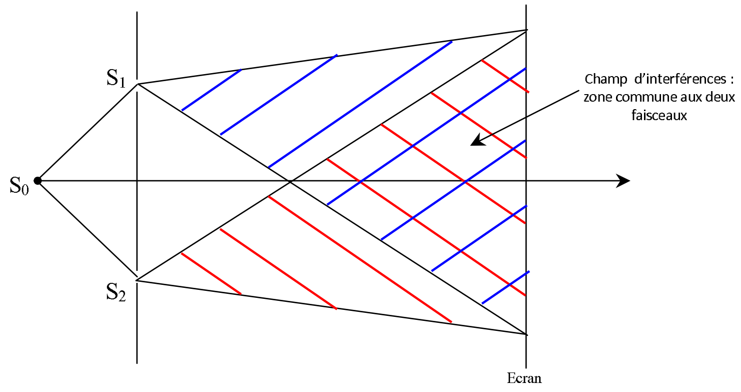


FIGURE VII.3 – Champ d'interférences pour les trous d'Young

b - Hyperboloïdes d'égale intensité - non localisation des interférences

Hypothèses sur les sources : Les trous d'Young S_1 et S_2 émettent des vibrations sphériques :

$$\begin{cases} \psi_1(S_1M = r_1, t) = \dfrac{s_0}{r_1} \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_1\overset{\frown}{}M - \phi_{S_1})} \\ \psi_2(S_2M = r_2, t) = \dfrac{s_0}{r_2} \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_2\overset{\frown}{}M - \phi_{S_2})} \end{cases}$$

On se place à une distance de la source tel que $r_{1/2} >> \lambda$ ainsi l'amplitude reste quasi-constante[3] ; on prendra donc :

$$\begin{cases} \psi_1(S_1M = r_1, t) \simeq \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_1\overset{\frown}{}M - \phi_{S1})} = \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_0 \overset{\frown}{S_1} M)} \\ \psi_2(S_2M = r_2, t) \simeq \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_2\overset{\frown}{}M - \phi_{S2})} = \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - k_0 S_0 \overset{\frown}{S_2} M)} \end{cases}$$

On suppose $S_0S_1 = S_0S_2$ c'est à dire $\phi_{S_1} = \phi_{S_2} = k_0 S_0\overset{\frown}{}S_1 = k_0 S_0\overset{\frown}{}S_2$.

L'intensité s'écrit (formule de Fresnel) :

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \cos[\Delta\varphi(M)]\right] = 2I_0\left[1 + \cos[k_0\delta(M)]\right]$$

avec la différence de marche : $\delta(M) = S_0\overset{\frown}{S_2}M - S_0\overset{\frown}{S_1}M = S_0\overset{\frown}{}S_2 + S_2\overset{\frown}{}M - S_0\overset{\frown}{}S_1 - S_1\overset{\frown}{}M$
soit :

$$\boxed{\delta(M) = S_2\overset{\frown}{}M - S_1\overset{\frown}{}M}$$

Les zones d'égales intensité sont définies par : $\boxed{I(M) = cste \;\Leftrightarrow\; \Delta\varphi(M) = cste \;\Leftrightarrow\; \delta(M) = S_2M - S_1M = cste}$

Cette dernière équation géométrique définit des hyperboloïdes de foyers S_1 et S_2 comme zones d'égale intensité.

3. Hypothèse analysée dans le chapitre sur la superposition des ondes lumineuses

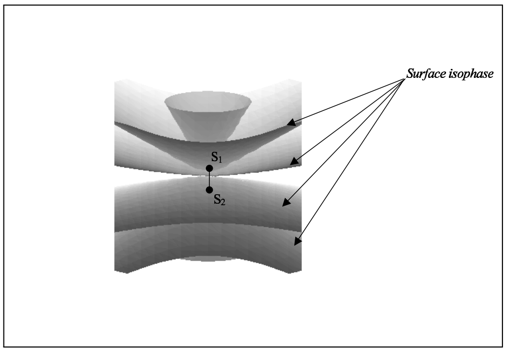


FIGURE VII.4 – Hyperboloïdes "isophases" donc zones d'égale intensité

<u>**Observation des franges sur un écran**</u> : 2 points de vue intéressants !

- Observation dans un plan // à celui des sources :
  Si l'on place l'écran dans le champ d'interférences parallèlement au plan support des trous d'Young, on obtient une figure d'interférences correspondant aux intersections des hyperboloïdes d'égale intensité avec le plan de l'écran, soit des hyperboles :

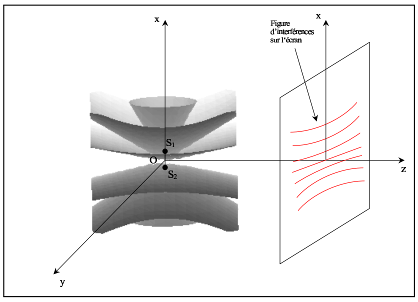


FIGURE VII.5 – Plan parallèle à l'axe des sources

- Observation dans un plan ⊥ à l'axe des sources :
  Si l'on place maintenant l'écran dans le champ d'interférences perpendiculairement à l'axe des trous d'Young, la figure d'interférence correspond à des cercles d'axe S_1S_2 (symétrie de révolution) :

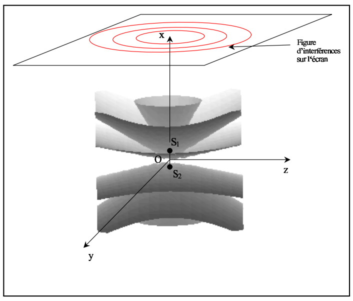


FIGURE VII.6 – Plan perpendiculaire à l'axe des sources

Remarque - (I.2) - 1:

Dans le cas des fentes d'Young, parmi les deux dispositions d'écran présentées ci-dessus, la seule pratiquement possible pour observer des interférences est celle du plan parallèle à l'axe des sources.

I.3 Trous d'Young éclairés par une source ponctuelle : observation à grande distance

a - Calcul au premier ordre de la différence de marche (calcul à retenir !)

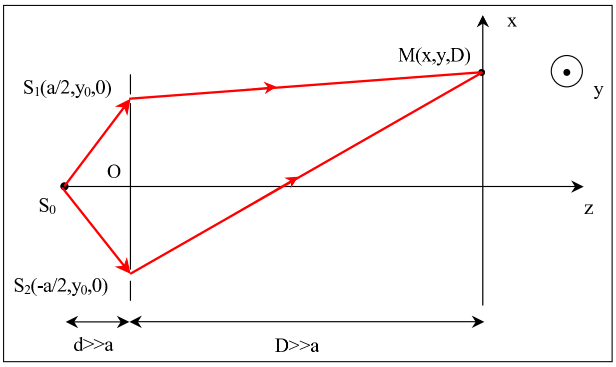


FIGURE VII.7 – Expérience des trous d'Young

Hypothèse : On envisage ici de placer l'écran d'observation à très grande distance des trous d'Young, soit $D >> a$.

On se propose de déterminer l'allure de la figure d'interférences sur l'écran en un point M de coordonnées (x, y, D).

Evaluons $\delta(M)$: $\overrightarrow{S_1M} = \begin{pmatrix} x - \frac{a}{2} \\ y - y_0 \\ D \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{S_2M} = \begin{pmatrix} x + \frac{a}{2} \\ y - y_0 \\ D \end{pmatrix}$

d'où :

$$\delta(M) = S_2M - S_1M = \left[\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y - y_0)^2 + D^2\right]^{\frac{1}{2}} - \left[\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + (y - y_0)^2 + D^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

soit en factorisant par D :

$$\delta(M) = D\left[1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2 + (y - y_0)^2}{D^2}\right]^{\frac{1}{2}} - \left[1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + (y - y_0)^2}{D^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

qui devient par un simple développement limité au second ordre en a/D, x/D ,y/D :

$$\delta(M) = D\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + (y-y_0)^2}{D^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + (y-y_0)^2}{D^2}\right]$$

soit après calcul,

$$\boxed{\delta(M) = \frac{ax}{D}}$$

et une différence de phase :

$$\boxed{\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi ax}{\lambda D}}$$

L'intensité sur l'écran en fonction de x s'écrit donc :

$$\boxed{I(x) = 2I_0\left[1 + cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right]}$$

Par ailleurs, l'ordre d'interférence au point $M(x)$ est :

$$\boxed{p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}}$$

b - Zone d'égale intensité - interfrange

Exercice de cours: **(I.3) - n° 1** *Décrire la figure d'interférences obtenue sur l'écran.*

Réponse :

- Les zones d'égale intensité sur l'écran sont les droites[4] d'équation $x = cste$.
- On caractérise généralement la figure d'interférences obtenue par son **interfrange** i correspondant à la distance séparant deux maxima ou minima d'intensité. L'interfrange correspondant à une variation de différence de phase de 2π, on a :

$$\Delta\left[\Delta\varphi\right] = \frac{2\pi a}{\lambda_0 D}\Delta x_{maxi} = 2\pi \;\Rightarrow\; \boxed{i = \Delta x_{maxi} = \frac{\lambda_0 D}{a}}$$

NB[5] : $D \sim 1\ m$, $a \sim 1\ mm$, $\lambda \sim \mu m \Longrightarrow \boxed{i \sim 1\ mm}$

4. cas limite des hyperboles à grande distance

Remarque - (I.3) - 2:

- y_0 n'intervenant pas dans le calcul de l'interfrange, on peut remplacer avantageusement les trous par des fentes fines selon x et parallèles à l'axe $y \Rightarrow$ augmentation de la luminosité car alors tous les systèmes d'interférences dûs à chaque point émissif de la source vont se superposer (on dit qu'il n'y a pas de brouillage).
- A grande distance, les franges hyperboles "tendent" vers des droites $/\!/[Oy]$ i.e. $x = cte$.

I.4 Trous d'Young éclairés par une source ponctuelle : observation rigoureusement à l'infini

Idée : on exploite des lentilles !

a - Montages "types"

En plaçant une lentille en sortie de l'interféromètre d'Young, on conjugue l'infini avec le plan focal image de la lentille ; on réalise ainsi rigoureusement les conditions d'observation des interférences à l'∞ :

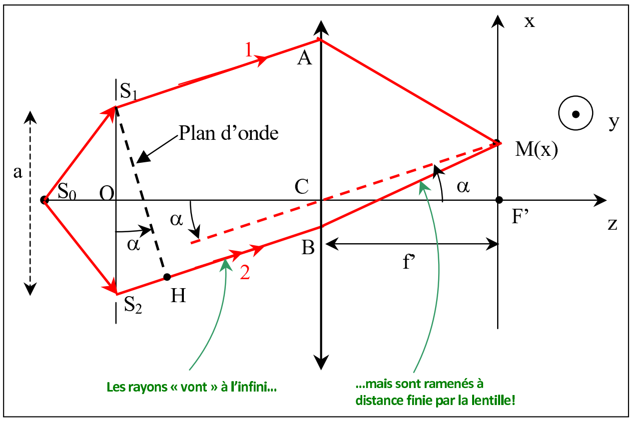


Figure VII.8 – Montage à une lentille

Cette configuration, qui permet d'avoir des rayons émergents de S_1 et S_2 rigoureusement parallèles, assure également des intensités parfaitement identiques pour ces deux rayons, car on montre en analysant le phénomène de diffraction que cette intensité est directement liée à l'inclinaison des rayons.

On utilise souvent en pratique une seconde lentille permettant de réaliser une source primaire à l'infini. On concentre ainsi la lumière de la source sur les trous ce qui assure une meilleure luminosité.

b - Zone d'égale intensité - interfrange

Calculons la différence de marche entre les rayons issus de S_1 et S_2 interférant en M

$$\delta(M) = \overset{\frown}{S_0M}_{rayon_2} - \overset{\frown}{S_0M}_{rayon_1} = S_0\overset{\frown}{S_2}M - S_0\overset{\frown}{S_1}M = \overset{\frown}{S_2M} - \overset{\frown}{S_1M} = \overset{\frown}{S_2H} + \overset{\frown}{HM} - \overset{\frown}{S_1M}$$

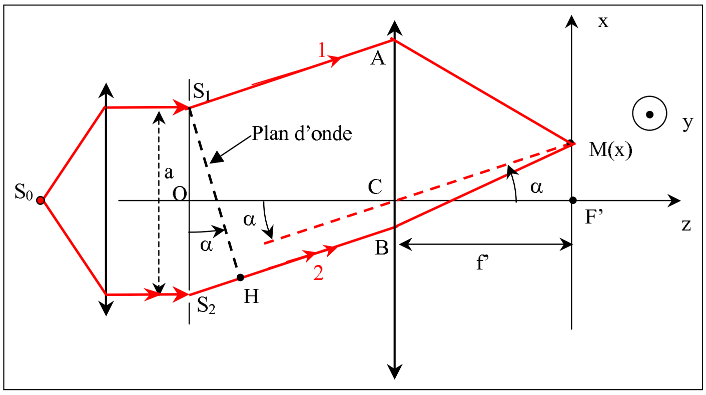


FIGURE VII.9 – Montage à deux lentilles

Par ailleurs, la lentille n'introduisant pas de différence de marche entre le plan d'onde HS_1 et le point M image, on a : $\widehat{HM} = \widehat{S_1M}$

donc

$$\delta(M) = \widehat{S_2H} \overset{n=1}{=} S_2H = a\sin\alpha \overset{cond.Gauss}{\simeq} a\alpha \simeq a\tan\alpha = a\frac{x}{f'}$$

Ainsi l'ordre d'interférences au point M s'écrit :

$$\boxed{p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0 f'}}$$

et donc un interfrange : $\boxed{i = \frac{\lambda_0 f'}{a}}$

L'éclairement sur l'écran en fonction de x s'écrit donc :

$$\boxed{I(x) = 2I_0\left[1 + cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'}\right)\right]}$$

et les zones d'égale intensité sont toujours des droites d'équation $x = cste$.

I.5 Prolongement : trous d'Young à l'infini - interférences en ondes planes.

a - Montage "type" et champ d'interférences

En plaçant les trous d'Young S_1 et S_2 dans le plan focal objet d'une lentille convergente, ces derniers occupent des foyers objets secondaires et engendrent deux faisceaux de lumière parallèles de vecteurs d'onde respectifs $\overrightarrow{k_1}$ et $\overrightarrow{k_2}$.

Les ondes associées à chaque faisceau sont des ondes planes d'expression au point M avec $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{r}$ (M dans la zone d'interférences) :

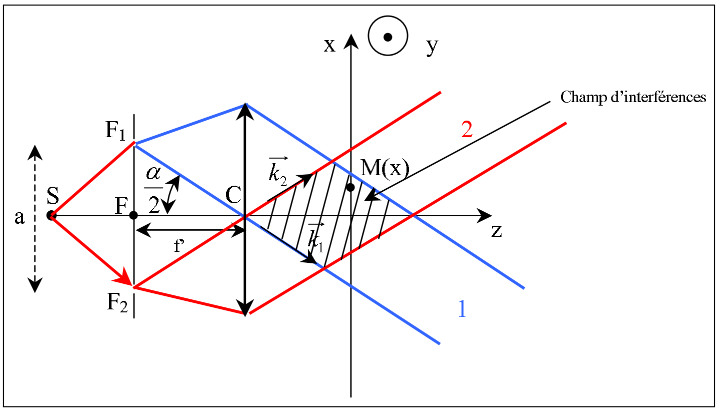


FIGURE VII.10 – Interférences en ondes planes

$$\psi_1(\vec{r},t) = \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \phi_{F_1})} \quad \text{et} \quad \psi_2(\vec{r},t) = \psi_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}_2\cdot\vec{r} - \underbrace{\phi_{F_2}}_{=\phi_{F_1}})}$$

b - Zone d'égale intensité et interfrange

L'amplitude d'onde totale est obtenue par superposition :

$$\psi(\vec{r},t) = \psi_1(\vec{r},t) + \psi_2(\vec{r},t)$$

L'intensité au point M s'écrit :

$$I(M) = \frac{K}{2}\left[\psi\cdot\psi^*\right] = \frac{K}{2}\left[\psi_1(\vec{r},t) + \psi_2(\vec{r},t)\right]\cdot\left[\psi_1^*(\vec{r},t) + \psi_2^*(\vec{r},t)\right]$$

soit :

$$I(M) = \frac{K}{2}\left[2\psi_0^2 + \psi_0^2\left(e^{j(\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}} + e^{-j(\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}}\right)\right] = \frac{K}{2}\left[2\psi_0^2 + 2\psi_0^2\cos\left((\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}\right)\right]$$

soit en posant l'intensité I_0 d'une source $I_0 = \frac{K}{2}\psi_0^2$ on obtient :

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left((\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}\right)\right]$$

avec $\vec{k}_1 = \vec{k}_0\begin{pmatrix}-\sin\frac{\alpha}{2}\\ 0\\ \cos\frac{\alpha}{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{k}_2 = \vec{k}_0\begin{pmatrix}\sin\frac{\alpha}{2}\\ 0\\ \cos\frac{\alpha}{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{r} = \begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$

finalement :

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(2k_0\sin\frac{\alpha}{2}\cdot x\right)\right]$$

Par ailleurs, en se plaçant en conditions de Gauss pour les faisceaux 1 et 2, on a :

$$\sin\frac{\alpha}{2} \simeq \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{2f'} \simeq \frac{\alpha}{2}$$

d'où :

$$\boxed{I(M) = 2I_0\left[1+\cos\left(k_0\frac{a}{f'}\cdot x\right)\right]}$$

L'ordre d'interférence au point M de l'écran s'écrit là-encore $\boxed{p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda f'}}$

Les franges d'interférences sont les droites d'équation $x = cste$, l'interfrange étant alors $\boxed{i = \frac{\lambda f'}{a}}$.

II Variation de l'ordre d'interférence ...

II.1 ... par déplacement du point d'observation

On rappelle qu'unn ordre entier correspond à une frange brillante et qu'un ordre $\frac{1}{2}$ entier à un frange sombre.

Reprenons ici le cas du montage à l'infini (avec 1 ou 2 lentilles convergentes de focales f' arbitrairement identiques). L'ordre d'interférence est donné par :

$$p(x) = \frac{ax}{\lambda f'}$$

La variation élémentaire d'ordre est donc : $dp(x) = \frac{a}{\lambda f'}\cdot dx$

soit :

$$\boxed{\Delta p(\Delta x) = \frac{a}{\lambda f'}\cdot \Delta x}$$

Exercice de cours: **(II.1) - n° 2** *Déterminer le déplacement $\Delta x_{M->m}$ sur l'écran pour passer d'une frange brillante ($\mathbf{M}$aximum d'intensité) à une frange sombre ($\mathbf{m}$inimum d'intensité).*

II.2 ... par déplacement du point source - problème de la cohérence spatiale

a - Calcul de la différence de marche - "glissement" de la figure d'interférences

Reprenons ici le montage à deux lentilles et supposons que le trou source S_0 (/fente source) subisse une translation selon l'axe $[Ox')$; on notera x' la coordonnée du point source S_0 :

La différence de marche au point M entre les rayons 1 et 2 s'écrit :

$$\delta(M) = S_0\overset{\frown}{S_2}M - S_0\overset{\frown}{S_1}M = \underbrace{S_0\overset{\frown}{S_2} - S_0\overset{\frown}{S_1}}_{=H'\overset{\frown}{S_2}} + \underbrace{\overset{\frown}{S_2M} - S_1\overset{\frown}{M}}_{=\overset{\frown}{S_2H}}$$

En supposant que l'indice optique vaut $n = 1$, la différence de marche en M devient simplement :

$$\delta(M) = H'S_2 + S_2H = a\cdot(sin\alpha' + a\cdot\sin\alpha) \overset{cond.Gauss}{\simeq} a\cdot(\alpha'+\alpha) \overset{\sin\simeq\tan}{\simeq} a\cdot\left(\frac{x'}{f_1'}+\frac{x}{f_2'}\right)$$

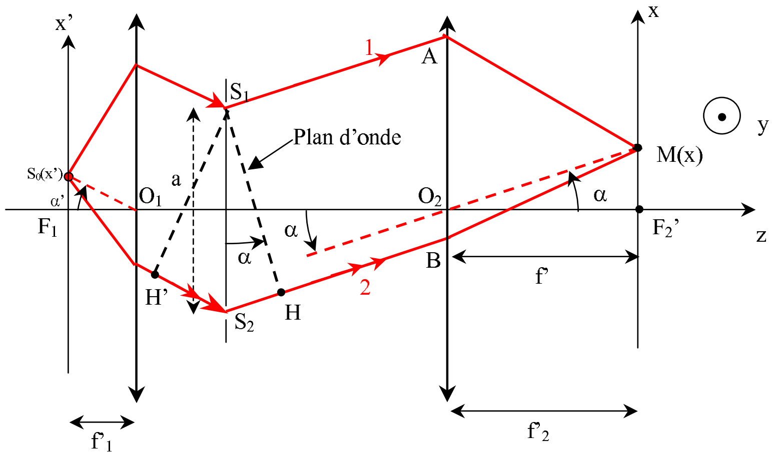


FIGURE VII.11 – Trous d'Young avec translation de la source primaire

L'ordre en M est donc :

$$\boxed{p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{a}{\lambda} \cdot (\alpha' + \alpha) = a \cdot \left(\frac{x'}{f'_1} + \frac{x}{f'_2}\right)}$$

et l'intensité en M s'écrit ainsi (2 formulations) :

$$\boxed{I(\alpha', \alpha) \simeq 2I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}(\alpha' + \alpha)\right)\right]}$$

ou bien :

$$\boxed{I(x', x) = 2I_0 \left[1 + \cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x'}{f'_1} + \frac{x}{f'_2}\right)\right]\right]}$$

Lors d'un déplacement de la source S_0 depuis le foyer principal objet $x' = 0$ i.e. $\alpha' = 0$ de la 1$^{\text{ière}}$ lentille vers un foyer secondaire $x' \neq 0$ i.e. $\alpha' \neq 0$, l'ordre en M **point fixe de l'écran** subit une variation :

$$\boxed{\Delta p(x) = \frac{a}{\lambda f'_1} \cdot \Delta x'} \quad \text{ou bien} \quad \boxed{\Delta p(\alpha') = \frac{a}{\lambda} \cdot \Delta \alpha'}$$

<u>NB :</u> l'interfrange est inchangé (x' fixé) puisque : $\Delta p \overset{x'=cste}{=} 1 \implies i = \dfrac{\lambda f'_2}{a}$

<u>Conséquence :</u> si il y a variation de l'ordre **en** M **fixe** lors du déplacement de S_0, cela signifie que la figure d'interférences "glisse" sur l'écran.

$\longrightarrow$ CF SIMULATION MAPLE

<u>Exercice de cours:</u> **(II.2) - n° 3** *De quel valeur x' doit-on déplacer le point source S_0 depuis le foyer principal objet de la 1$^{\text{ère}}$ lentille pour que les franges brillantes et sombres soient permutées ? Précisez le sens de "glissement" de la figure d'interférences.*

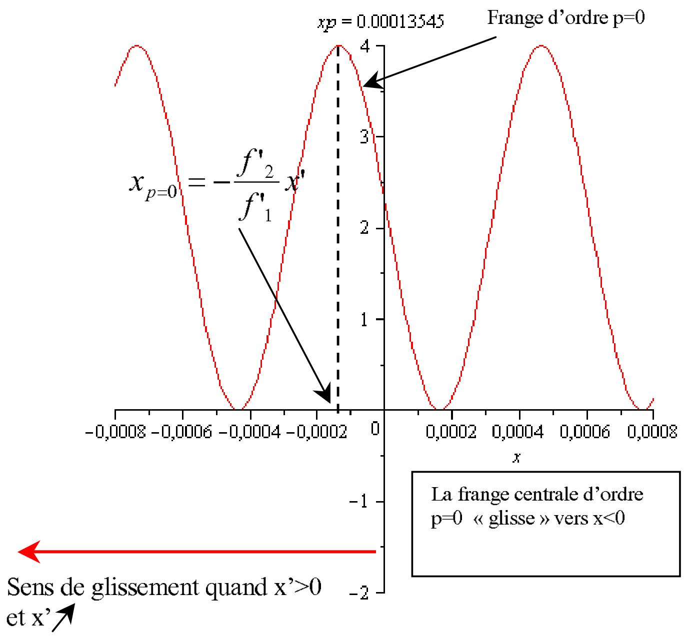


FIGURE VII.12 – Glissement de la figure d'interférences vers les $x < 0$ par translation du point source S_0 vers les $x' > 0$

RÉPONSE :
La permutation entre franges brillantes et sombres correspond à un glissement d'un demi-interfrange, soit une variation d'ordre de $\Delta p = \frac{1}{2}$ *sur une position fixe de l'écran, par exemple à l'origine en* $x = 0$. *On a :*

$$\Delta p(x) = \frac{a}{\lambda f'_1} \cdot \Delta x' = \frac{1}{2}$$

soit :

$$x' = \Delta x' = \frac{\lambda f'_1}{2a}$$

Sens du déplacement : la frange centrale d'ordre $p = 0 = a \cdot \left(\frac{x'}{f'_1} + \frac{x_{p=0}}{f'_2}\right)$ *occupe donc maintenant la position :*

$$\boxed{x_{p=0} = -\frac{f'_2}{f'_1}x' = -\frac{\lambda f'_2}{2a}}$$

b - Conséquence 1 : perte de contraste avec deux sources ponctuelles décalées

Supposons maintenant que la source soit constituée de deux points sources identiques (donc de même intensité), l'un S_0 placé sur l'axe optique et l'autre $S'_0(x')$ disposé à l'ordonnée x' perpendiculairement à l'axe.

Attention : les deux points source étant totalement indépendants, ils sont incohérents (les trains d'onde émis par chaque point ne présentent pas de relation de phase fixe entre eux ! ! !) $\longrightarrow$ chaque point va donner son propore système d'interférences, et l'intensité totale reçue sur l'écran sera simplement la somme des intensités des sources agissant séparément.

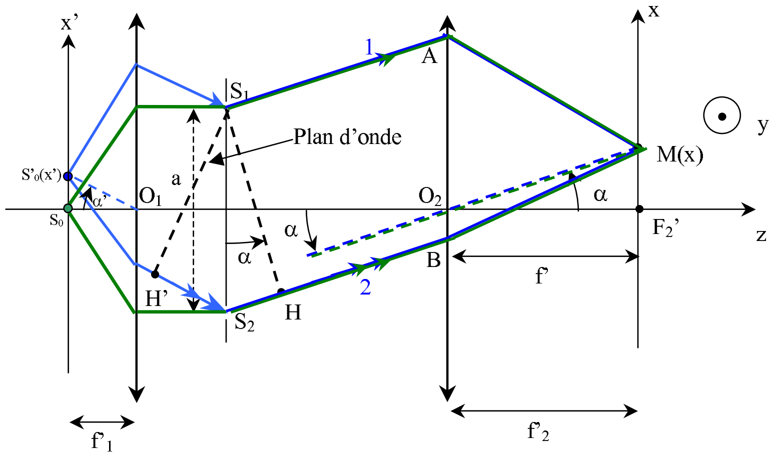


Figure VII.13 – Interférences avec deux points sources incohérents

D'après le paragraphe précédent, on a exprimé l'intensité en M résultant de la source S'_0 est :

$$I'(M) = 2I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}(\alpha' + \alpha)\right)\right] = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x'}{f'_1} + \frac{x}{f'_2}\right)\right)\right]$$

et celle résultant de la source S_0 est :

$$I(M) = 2I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\alpha\right)\right] = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\frac{x}{f'_2}\right)\right]$$

L'intensité totale est donc :

$$I_{tot}(M) = I(M) + I'(M) = 2I_0 \cdot \left[2 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\alpha\right) + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}(\alpha + \alpha')\right)\right]$$

Formulaire : $\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

ainsi :

$$I_{tot}(M) = 4I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\alpha'\right)\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}(\alpha + \frac{\alpha'}{2}\right)\right]$$

Soit en utilisant "la métrique" en x et x' fournie par les lentilles :

$$I_{tot}(x) = 4I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x'}{f'_1}\right)\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f'_2} + \frac{x'}{2f'_1}\right)\right)\right]$$

soit :

$$\boxed{I_{tot}(x) = 4I_0 \left[1 + V(x')\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f'_2} + \frac{x'}{2f'_1}\right)\right)\right]}$$ avec $V(x') = \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x'}{f'_1}\right)$ la "visibilité"

Calculons le contraste de la figure d'interférence. On a : $\begin{cases} I_{max} = 4I_0\left[1+|V(x')|\right] \\ \\ I_{min} = 4I_0\left[1-|V(x')|\right] \end{cases}$

soit un contraste : $\boxed{C = \dfrac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} = |V(x')|}$

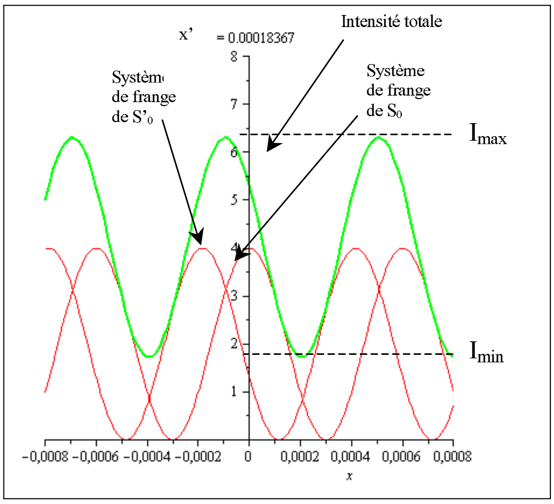


FIGURE VII.14 – Figure d'interférences avec 2 sources : diminution du contraste

$\longrightarrow$ CF. SIMULATION : en partant d'une situation de superposition des sources au foyer F de la première lentille, on fait glisser S_0' vers $x' > 0 \Longrightarrow$ on constate que le contraste s'annule lorsque les franges sombre du système d'interférences issu de la source S_0 coincide avec les franges brillantes du système d'interférences issu de la source S_0' ; **on parle alors d'anticoincidence ou de brouillages des franges.**

Analyse de l'anticoincidence : 2 approches possibles pour dégager le critère d'annulation de contraste

- Approche graphique : pour que les franges brillantes de S_0' recouvrent pour la première fois les franges sombres de S_0, il suffit de faire "**glisser**" les franges mobiles d'un **demi-interfrange**, soit une variation d'ordre de :

$$\boxed{\Delta p' = \frac{1}{2}} \quad \text{(critère de brouillage)}$$

ceci correspond à un déplacement $\Delta x'$ de la source S_0' de :

$$\Delta p'(x') = \frac{a}{\lambda f_1'} \cdot \Delta x' = \frac{1}{2} \Longrightarrow \boxed{\Delta x' = \frac{\lambda f_1'}{2a}}$$

- Approche par le calcul de première annulation du contraste : le contraste vaut : $C = \left| cos\left(\dfrac{\pi a}{\lambda}\dfrac{x'}{f_1'}\right)\right|$

et sa première annulation se produit pour : $\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x'}{f_1'} = \frac{\pi}{2} \implies \boxed{\Delta x' = x' = \frac{\lambda f_1'}{2a}}$

A VOIR $\Longrightarrow$ exercices de TD sur les étoiles doubles.

c - Conséquence 2 : perte de contraste par élargissement angulaire de la source

Supposons maintenant que nous partions d'une source type fente infiniment fine, et que nous élargissions ensuite progressivement celle-ci jusqu'à une largeur h. Tous les points P de la source étant incohérents entre-eux, chacun va donner sur l'écran son propre système d'interférences en $M(x)$, conduisant nécessairement à une altération du contraste.

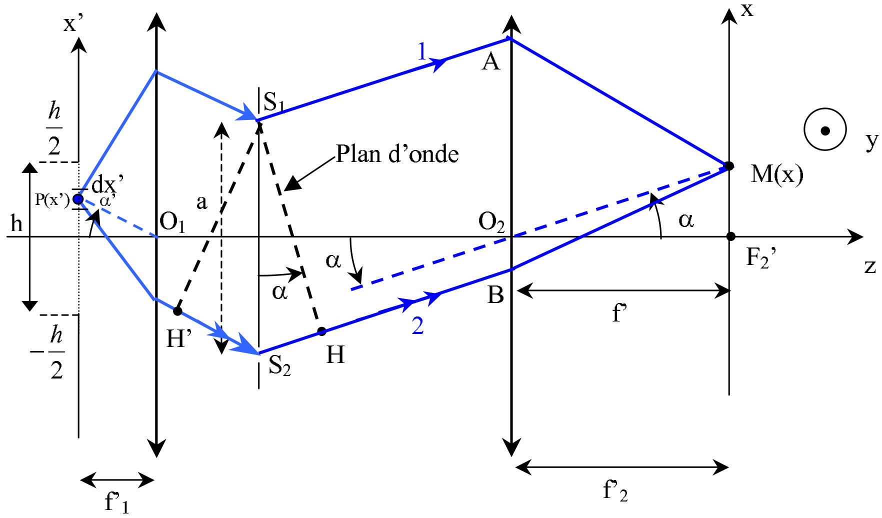


FIGURE VII.15 – Expérience des trous d'Young avec une source large

QUESTION : comment déterminer l'intensité totale recueillie sur l'écran pour cette structure de la source **étendue et continue** ?

Dans cette configuration, chaque élément de fente source de longueur infinitésimale dx' engendre son propre système d'interférences sur l'écran puisque les éléments juxtaposés de la source sont incohérents entre-eux. **On parle alors d'une source spatialement incohérente.**

Considérons un point P de cette source d'abscisse x' sur l'axe du plan de la source et de largeur dx' : chaque point P donne son propre système d'interférences

HYPOTHÈSES : on supposera $f_1' >> |x'|, h$ et $f_2' >> a, |x|, |y|$

La différence de marche des ondes émanant de P et séparées par les fentes au point $M(x)$ de l'écran d'observation s'écrit :

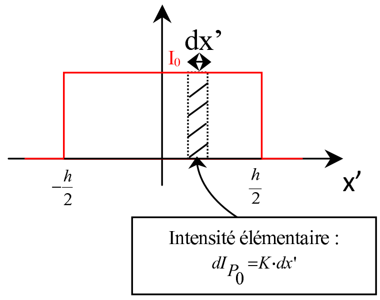
$$\delta_p(M) = \widehat{PM}_{rayon_2} - \widehat{PM}_{rayon_1} = \widehat{PH'} + \widehat{H'S_2} + \widehat{S_2M} - \widehat{PS_1} - \widehat{S_1M}$$

$$= \underbrace{\overset{\frown}{H'S_2}}_{=a\sin\alpha'\simeq a\tan\alpha'=\frac{ax'}{f_1'}} + \underbrace{\overset{\frown}{S_2H}}_{=a\sin\alpha\simeq a\tan\alpha=\frac{ax}{f_2'}}$$

soit :

$$\delta_p(M) = \frac{ax'}{f_1'} + \frac{ax}{f_2'}$$

L'intensité élémentaire sur l'écran donnée par l'élément $P(x')$ de largeur dx' est alors :



$$dI_P(M) = 2\underbrace{dI_{p_0}}_{\text{intensité élém. de la bande } dx'}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)\right)\right] \quad \text{avec } dI_{p_0} = K{\cdot}dx'$$

$$dI_P(M) = 2Kdx' \times \left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}\right)\right]$$

soit :

$$dI = 2K \times \left[1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax'}{f_1'}+\frac{ax}{f_2'}\right)\right)\right]\cdot dx'$$

L'intensité totale sur l'écran s'obtient par simple intégration sur toute la longueur de la fente (b).

<u>Exercice de cours:</u> **(II.2) - n° 4** *Intensité sur l'écran-commentaires Montrer que l'intensité totale sur l'écran s'écrit, en appelant I_0 l'intensité totale de la fente :*

$$I(x) = I_0 \times \left[1 + sinc\left(\frac{\pi a h}{\lambda f'1}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f_2'}\right)\right]$$

Le contraste est donc :

$$C = |V(h)| = \left|sinc\left(\frac{\pi a h}{\lambda f_1'}\right)\right|$$

Il subit des annulations périodiques tout en étant évanescent :

<u>Analyse de l'annulation de contraste :</u> là-encore 2 approches possibles pour dégager le critère d'annulation de contraste lié à l'élargissement de la source, soit ici **le critère de cohérence spatiale**.

- <u>Approche semi-quantitative :</u> nous avons vu dans le cas de deux sources, que l'annulation du contraste se produisait lorsque coincidaient franges brillantes et sombres des deux systèmes distincts d'interférences i.e. $|\Delta p| = \frac{1}{2}$.

  Dans le cas de la fente source qui correspond à une infinité de points sources juxtaposés, on pourra retenir comme critère qu'il y a brouillage dès que $\Delta p > \frac{1}{2}$ lorsque l'on considère la variation d'ordre en M en

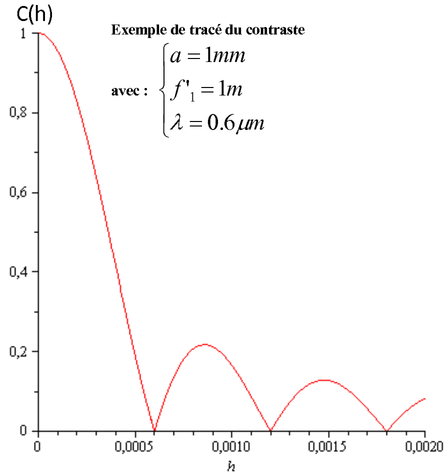


FIGURE VII.16 – Evolution du contraste lors de l'ouverture de la fente source de largeur h

passant du point situé au centre de la fente à un point situé sur l'un de ses bords, soit **la moitié de l'étendue spatiale de la source.**

$$\boxed{|\Delta p| = \frac{a}{\lambda f'_1} \cdot \frac{h}{2} > \frac{1}{2}} \quad \text{(critère de brouillage)} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h > \frac{\lambda f'_1}{a}}$$

■ Approche par le calcul de première annulation du contraste : le contraste vaut : $C = \left| sinc\left(\frac{\pi a h}{\lambda f'_1}\right)\right|$

et sa première annulation se produit pour :

$$\frac{\pi a h(lim)}{\lambda f'_1} = \pi \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h(lim) = \frac{\lambda f'_1}{a}}$$

Au dela de cette largeur de fente, le contraste est médiocre (la fonction sinc est évanescente), et les interférences sont brouillées en tout point M de l'écran.

Digression 1 hors programme : longueur de cohérence spatiale (cf cours en "live" ! ! !)
Digression 2 hors programme : approche de la longueur de cohérence spatiale par le chemin optique

II.3 ... par variation de la longueur d'onde - problème de la cohérence temporelle

a - Calcul de la différence de marche - "dilatation-compression" de la figure d'interférences

Reprenons le cas d'une source ponctuelle S_0 placée au foyer objet de la première lentille, mais cette fois non monochromatique :

La différence de marche s'écrit toujours : $\delta(M) = a \sin\alpha \simeq a\frac{x}{f'_2}$

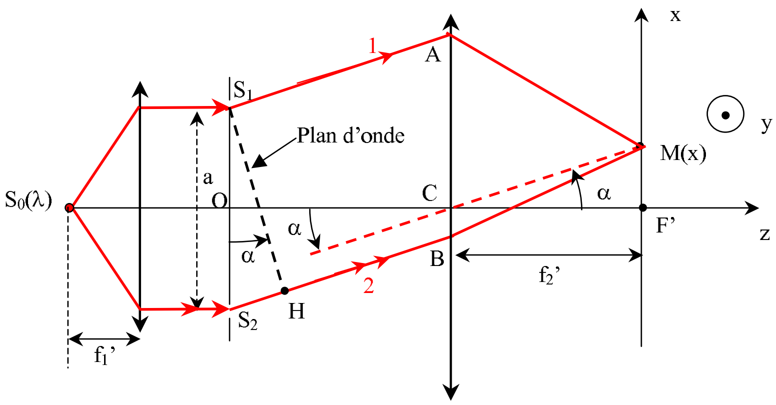


FIGURE VII.17 – Trous d'Young éclairés par une source non monochromatique

soit un ordre en M : $p(M) = \dfrac{ax}{\lambda f_2'}$

L'intensité en M s'écrit toujours (2 formulations) :

$$\boxed{I(\alpha) = 2I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\alpha\right)\right]}$$

ou bien :

$$\boxed{I(x) = 2I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\frac{x}{f_2'}\right)\right]}$$

A RETENIR :

Si la source est non monochromatique, une variation de longueur d'onde $\Delta\lambda << \lambda$ entraine (au 1er ordre) une variation d'ordre de :

$$dp(M) \overset{x=cste}{=} -\frac{ax}{\lambda^2 f_2'} \cdot d\lambda \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Delta p(M) \overset{x=cste}{\simeq} -\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'} \cdot \Delta\lambda}$$

λ_m : valeur moyenne de λ sur l'étendue spectrale

Remarque - (II.3) - 3:

- l'interfrange est cette fois modifié puisqu'il dépend de λ : $\Delta i = \dfrac{f_2'}{a} \cdot \Delta\lambda$
- il n'y a pas de variation d'ordre pour la frange centrale de l'écran $x = 0$: l'ordre au centre reste nul $p_{x=0} = 0\ \forall\lambda$

Conséquence : il y a variation de l'ordre **en M fixe** (sauf en $x = 0$) lors de la variation de longueur d'onde, et une modification de l'interfrange ; cela signifie que la figure d'interférences subit une compression/dilatation :

⟶ CF SIMULATION

On comprend dès lors que si l'on fait interférer de la lumière blanche pour laquelle les longueurs d'onde sont comprises dans l'intervalle $[0,390\mu m; 0,750\mu m]$, les différentes franges brillantes et sombres ne vont pas se superposer, engendrant un brouillage :

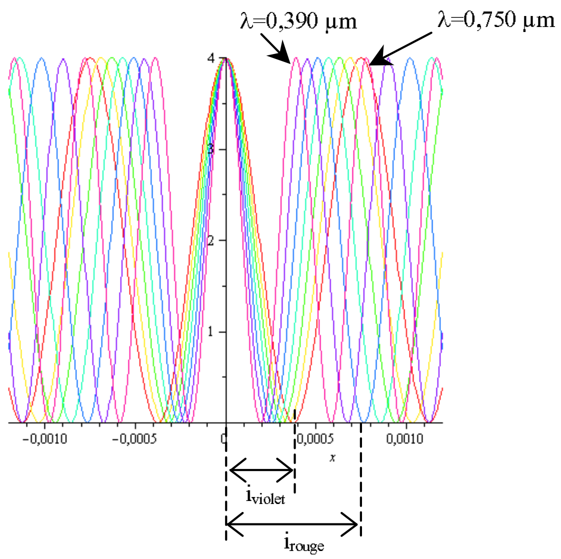


FIGURE VII.18 – Brouillage de la figure d'interférences en lumière blanche

b - Conséquence 1 : perte de contraste avec une raie double

On considère ici que la source S_0 émet deux raies de même intensité lumineuse et de longueurs d'onde λ_1 et λ_2. Chaque raie n'est évidemment pas rigoureusement monochromatique en raison de la durée finie τ_c des trains d'onde émis ($\tau_c \cdot \Delta\nu \sim 1$). On modélisera cependant ce doublet par des raies infiniment fines, en choisissant pour le calcul d'introduire une nouvelle variable spectrale : le nombre d'onde $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{\nu}{c}$:

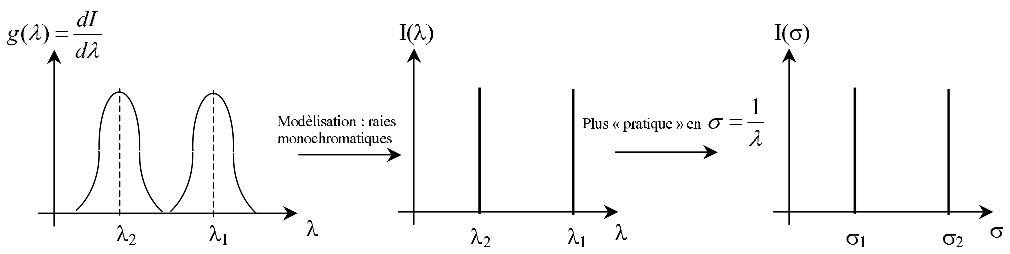


FIGURE VII.19 – Modélisation des raies doubles

EXEMPLES :
- lampe à mercure $\lambda_1 = 579\ nm$ et $\lambda_2 = 577\ nm$
- lampe à sodium $\lambda_1 = 589,6\ nm$ et $\lambda_2 = 589\ nm$

Les trains d'onde sont émis par deux raies distinctes non isochrones, et possède des phases à l'origine aléatoires : **pas de cohérence**

QUESTION : allure de l'interférogramme ? ? ?

Les deux raies étant incohérentes, les systèmes de franges donnés par chacune d'entre-elles vont se superposer et il convient ici encore de sommer les intensités données par chaque raie en tout point M pour lequel la différence de marche est $\delta(M)$, soit :

$$I(M) = I_{\lambda_1}(M) + I_{\lambda_2}(M)$$

$$I(\delta(M)) = 2I_{01}\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta(M)\right)\right] + 2I_{02}\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta(M)\right)\right]$$

les intensités des sources étant identiques, on a $I_{01} = I_{02} = I_0$ d'où :

$$I(\delta(M)) = 2I_0\left[2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta(M)\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta(M)\right)\right]$$

Posons **les nombres d'onde** des deux raies soit $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ et $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$; il vient alors :

$$I(\delta(M)) = 2I_0\left[2 + \cos(2\pi\sigma_1\delta(M)) + \cos(2\pi\sigma_2\delta(M))\right]$$

On transforme facilement cette dernière expression :

$$I(\delta(M)) = 4I_0\left[1 + \cos(\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta(M)) \times \cos(\pi(\sigma_1 + \sigma_2)\delta(M))\right]$$

On pose généralement la différence de nombre d'onde :

$$\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} \simeq \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$$

ainsi que la valeur moyenne du nombre d'onde des deux raies :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right) \simeq \frac{2\lambda_m}{2\lambda_m^2} \simeq \frac{1}{\lambda_m}$$

l'intensité en $M(x)$ devenant alors :

$$I(\delta(M)) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\frac{ax}{f_2'}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\frac{ax}{f_2'}\right)\right]$$

soit :

$$\boxed{I(\delta(M)) = 4I_0\left[1 + V(M) \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\frac{ax}{f_2'}\right)\right]} \qquad \text{(VII.1)}$$

en posant la visibilité $V(M) = \cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\frac{ax}{f_2'}\right)$ et la longueur moyenne $\lambda_m = \frac{1}{\sigma_m}$.

Le contraste est donc : $\boxed{C = |V(M)| = \left|\cos\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\frac{ax}{f_2'}\right|}$.

COMMENTAIRES :

On constate que la figure d'interférences est cette fois modulée par un terme de contraste évoluant avec la valeur de la différence de marche $\delta(M)$.

Certaines valeurs de la différences de marche annulent le contraste des franges ($C(M) = |V(M) = 0|$). On parle là-encore de "brouillage" de la figure d'interférences :

$$C(\delta(M)) = 0 \;\Leftrightarrow\; \pi\Delta\sigma\delta(M) = (2p+1)\frac{\pi}{2}$$

soit :

$$\delta(M) = \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{\Delta\sigma}$$

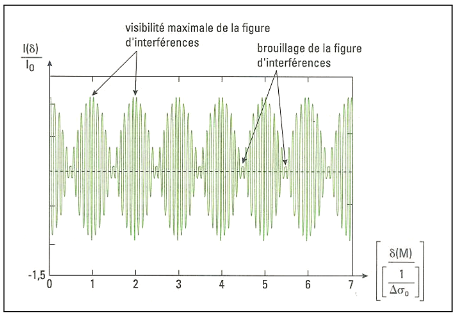


FIGURE VII.20 – Profil d'interférences obtenu avec une raie double

NB : On peut introduire la variable réduite $u = \frac{\delta(M)}{\frac{1}{\Delta\sigma}}$ pour tracer l'allure de l'intensité en M : cf figure ci-dessus. Le contraste s'annule pour les valeurs $\frac{1}{2}$ entière de u.

QUESTION : on fixe M ; quelle est la valeur de $\Delta\lambda$ permettant d'obtenir l'anticoincidence ?

RÉPONSE : encore ici 2 approches possibles pour dégager le critère d'annulation de contraste :

- Approche semi-quantitative :
  le premier brouillage correspond comme précédemment, à une anticoincidence des systèmes de franges, soit une superposition de la frange brillante d'un système avec la frange sombre de l'autre système pour un point M du champ d'interférences.

  Ainsi, en un point M donné, on doit avoir un écart d'ordre dû à l'écart en longueur d'onde de :

  $$\boxed{|\Delta p_{\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2}(M)| = \frac{1}{2}} \quad \text{(critère de brouillage)} \quad \text{à } x \text{ fixé}$$

  ce qui correspond à un écart en longueur d'onde de :

  $$|\Delta p(x)| = \frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\cdot\Delta\lambda = \frac{1}{2} \implies \boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2 f_2'}{2ax}}$$

- Approche quantitative par calcul de première annulation du contraste :

  $$C = |V(M)| = \left|\cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\frac{ax}{f_2'}\right)\right| = 0$$

  la première annulation se produit pour un écart en longueur d'onde :

  $$\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\frac{ax}{f_2'} = \frac{\pi}{2} \implies \boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2 f_2'}{2ax}}$$

c - Conséquence 2 : perte de contraste par élargissement spectral de la source

On envisage toujours le même montage des trous d'Young, mais cette fois avec une source polychromatique dont le spectre est une raie large (spectre réaliste !). Ces raies larges correspondent en général à deux cas classiques : allure gaussienne dûe à l'effet Doppler (lampe à haute température), allure lorentzienne dûe à la fréquence des chocs (lampe à haute pression). Afin de simplifier l'approche, on propose de les modéliser de la façon suivante :

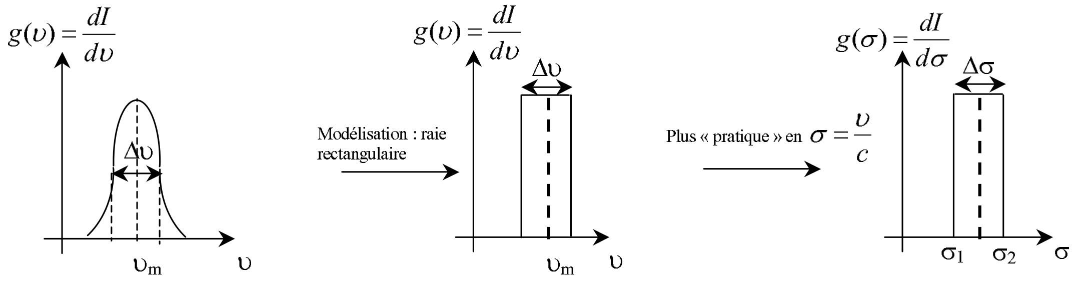


FIGURE VII.21 – Modélisation d'une raie large

Là-encore, le profil spectral de la source sera donné en nombre d'onde et non en fréquence. Ceci n'a rien de gênant, le passage de l'un à l'autre étant directement proportionnel à $\frac{1}{c}$:

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

- On appelle $\Delta\sigma$ la largeur spectrale totale.
- L'intensité totale délivrée par la source (comprenant toutes les composantes du spectre) est notée I_0. Par conséquent, l'intensité spectrale $g(\sigma)$, ici constante, est :

$$g(\sigma) = \frac{I_0}{\Delta\sigma}$$

Chaque bande spectrale élémentaire $(\sigma, \sigma + d\sigma)$ de largeur $d\sigma$ correspond donc à une intensité élémentaire émise :

$$dI_0 = \frac{I_0}{\Delta\sigma} d\sigma$$

et va donner son propre système d'interférences. En effet, les bandes élémentaires sont incohérentes entre-elles puisque de fréquences différentes.

En un point M de l'écran pour lequel la différence de marche est $\delta(M)$, l'intensité donnée par une bande spectrale :

$$dI(M) = 2dI_0 \left[1 + \cos\left[2\pi\sigma\delta(M)\right]\right]$$

soit :

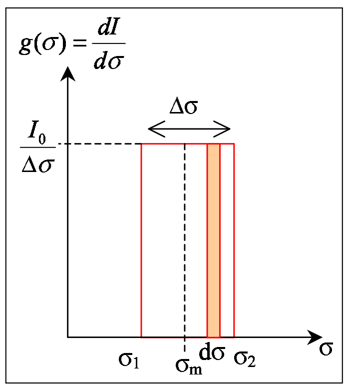


FIGURE VII.22 – Profil spectral rectangulaire

$$dI(M) = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma} \left[1 + \cos\left[2\pi\sigma\delta(M)\right]\right] d\sigma$$

En sommant les intensités de l'ensemble de la bande spectrale rectangulaire au point M, il vient :

$$I(M) = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma}\int_{\sigma_m-\frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_m+\frac{\Delta\sigma}{2}} \left[1 + \cos\left(2\pi\sigma\delta(M)\right)\right] \times d\sigma$$

L'intégration est immédiate est donne sans peine :

$$I(M) = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma}\left[\sigma + \frac{\sin(2\pi\sigma\delta(M))}{2\pi\delta(M)}\right]_{\sigma_m-\frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_m+\frac{\Delta\sigma}{2}}$$

qui donne immédiatemant :

$$I(M) = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma}\left[\Delta\sigma + \frac{\sin\left[2\pi\delta(M)\left(\sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}\right)\right] - \sin\left[2\pi\delta(M)\left(\sigma_m - \frac{\Delta\sigma}{2}\right)\right]}{2\pi\delta(M)}\right]$$

soit après une manipulation trigonométrique élémentaire :

$$I(M) = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma}\left[\Delta\sigma + \frac{2\sin\left(\pi\Delta\sigma\delta(M)\right) \times \cos\left(2\pi\sigma_m\delta(M)\right)}{2\pi\delta(M)}\right]$$

d'où :

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \frac{\sin\left(\pi\Delta\sigma\delta(M)\right)}{\pi\Delta\sigma\delta(M)} \times \cos\left(2\pi\sigma_m\delta(M)\right)\right]$$

et enfin :

$$I(x) = 2I_0\left[1 + \frac{\sin\left(\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\right)}{\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}} \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\frac{ax}{f_2'}\right)\right]$$

En posant la fonction "degré de cohérence temporelle" i.e. la visibilité $V(x)$:

$$V(x) = \frac{\sin\left(\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\right)}{\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}} = sinc\left(\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\right)$$

L'intensité s'écrit donc :

$$\boxed{I(\delta(x)) = 2I_0\left[1 + V(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m}\frac{ax}{f_2'}\right)\right]} \qquad \text{(VII.2)}$$

Le contraste est donc :

$$C = |V(x)| = \left|sinc\left(\pi\Delta\lambda\frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\right)\right|$$

Il subit des annulations périodiques tout en étant évanescent :

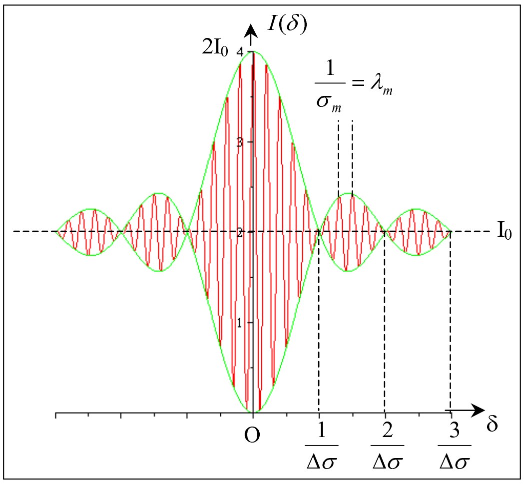


FIGURE VII.23 – Intensité lumineuse dans le cas d'une raie large

On constate comme dans le cas du doublet traité plus haut, que le contraste module la figure d'interférences et **passe par des annulations successives**. Les valeurs annulant C entraînent alors un brouillage des franges :

$$C = 0 \Leftrightarrow \pi\Delta\sigma\delta(M) = p\pi \Leftrightarrow \delta_{ann_p}(M) = \frac{p}{\Delta\sigma}$$

soit en variable réduite u : $\boxed{u = \frac{\delta(M)}{\frac{1}{\Delta\sigma}} = p \quad avec\ p \in \mathcal{Z}}$

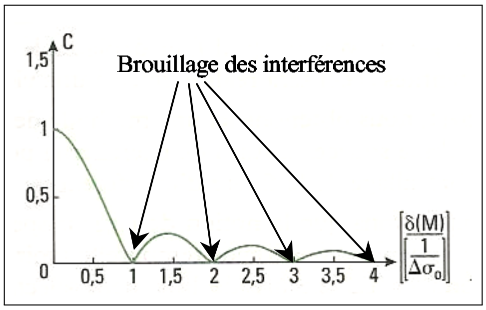


FIGURE VII.24 – Evolution du contraste en fonction de la variable réduite u.

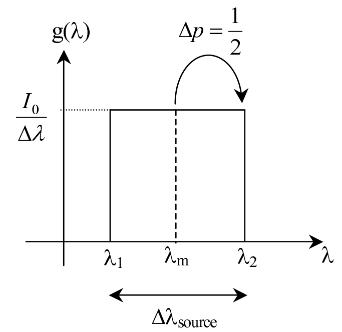
QUESTION : quelle largeur spectrale $\Delta\lambda$ de source doit on choisir pour engendrer une anticoincidence ?

RÉPONSE : toujours et encore (! ! !) 2 approches possibles pour dégager le critère d'annulation de contraste lié à la largeur spectrale, appelé ici **critère de cohérence temporelle**.

- Approche semi-quantitative : nous avons vu dans le cas d'un doublet, que l'annulation du contraste en un point M se produisait lorsque coincidaient franges brillantes et sombres des deux systèmes distincts d'interférences i.e. $\Delta p_{\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2}(M) = \frac{1}{2}$.

  Dans le cas d'un profil spectral large qui correspond à une infinité de bandes spectrales élémentaires juxtaposées, on pourra retenir comme critère qu'il y a brouillage pour $\Delta p > \frac{1}{2}$ lorsque l'on considère la variation d'ordre en M en passant du centre du spectre à une bande spectrale située sur l'une des extrêmités du spectre, soit **la moitié de l'étendue spectrale de la source** $\Delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_{source}}{2}$:

$$\boxed{|\Delta p(M)| \overset{x=cste}{\simeq} \frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'} \cdot \frac{\Delta\lambda_{source}}{2} > \frac{1}{2}} \quad \text{(critère de brouillage)} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Delta\lambda_{source} > \frac{\lambda_m^2 f_2'}{ax}}$$



- Approche quantitative par calcul de première annulation du contraste :

Le contraste $C = |V(x)| = \left| sinc\left(\pi\Delta\lambda \frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'}\right)\right|$ subit sa première annulation lorsque :

$$\pi\Delta\lambda \frac{ax}{\lambda_m^2 f_2'} = \pi \implies \boxed{\Delta\lambda_{source}(lim) = \frac{\lambda_m^2 f_2'}{ax}}$$

Au dela de cette largeur spectrale, le contraste est médiocre (la fonction sinc est évanescente), l'interférence est brouillée en $M(x)$.